

Examen de Teoria de Grafs - MATD

Grau en Enginyeria Informàtica. EPSEVG - UPC. Curs 20/21 (26/3/21)

Prob. 1 (1.5 punts) Sigui $G1$ un graf simple amb matriu d'adjacència

$$A(G1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Representa el graf $G1$ etiquetant els seus vèrtexs amb les lletres $\{A,B,C,D,E,F,G,H\}$. Admet el graf un circuit eulerià? I una cadena euleriana? Justifica les respostes.

Prob. 2 (1.5 punts) Troba un arbre generador del graf $G1$ (Prob.1) aplicant l'algorisme BFS. Pren com a punt de partida el vèrtex A i segueix un ordre lèxic gràfic per a l'elecció de les successives arestes. Indica l'ordre en què selecciones les arestes i representa gràficament l'arbre que has obtingut.

Prob. 3 (1.5 punts) Sigui T un arbre que té 4 vèrtexs de grau diferent a 1. Si els graus d'aquests vèrtexs són 3, 5, 6 i 8, respectivament, quantes fulles té T ? Justifica la resposta.

Prob. 4 (1 punt) Sigui $G4$ un graf simple i connex d'ordre 6. Els graus de 5 vèrtexs són 1, 2, 3, 4 y 5, respectivament. Quin pot ser el grau del sisè vèrtex? Raona la resposta.

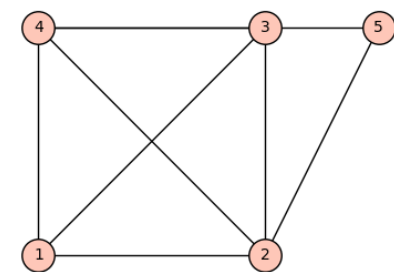
Prob. 5 (2 punts) Sigui $G5$ un graf simple d'ordre 10, amb conjunt de vèrtexs $\{1, 2, \dots, 9, 10\}$, en el qual

$$d(i, j) = 1 \quad \text{si i només si} \quad mcd(i, j) > 1.$$

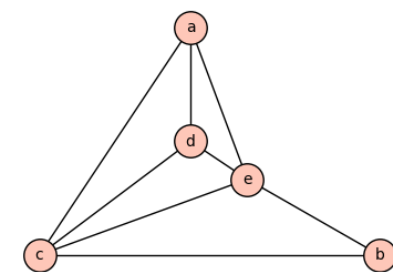
- Representa el graf $G5$ i determina quantes components connexes té.
- Quina és la longitud màxima d'un camí en la component connexa de $G5$ de major ordre? Identifica el camí.

Prob. 6 (1 punt) Sigui $G6$ un graf simple connex amb igual nombre de vèrtexs que d'arestes. Prova que $G6$ té exactament un cycle.

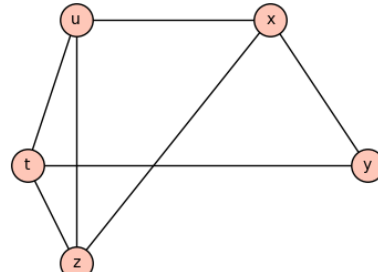
Prob. 7 (1.5 punts) Són isomorfs els grafs representats en la següent figura? Justifica la resposta.



Graf F



Graf G



Graf H