PARCIAL

Full núm. 1/1 Nombre total de fulls Qualificació 7'4

1r. Cognom 2n Cognom Nom DNI

Especialitat:

Curs: Grup:

Assignatura: MATD Data: 07 / 06 / 21

0'7 + 0'6 + 0'9 + 0'8 + 0'6 + 1 + 0'8 + 2 + —

(2) $\cancel{(x+y)^k = \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} x^k y^{k-i}}$

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} x^{n-i} y^i$$

$$\sum_{k=0}^{24} \binom{25}{k} 2^{k+1}$$

$$= \underbrace{\sum_{k=0}^{25} \binom{25}{k} 2^{k+1}}\ - \binom{25}{25} 2^{25+1}$$

0'6/1

$$= \sum_{k=0}^{25} \binom{25}{k} 2^k \cdot 2 \ - 2^{26}$$

Mal Mal

$$\left.\begin{array}{l} k = n-i \\ 1 = i \end{array}\right\} \; n=24, \; (x+y)^n = (2+2)^{24} \cong$$

?

Falta aplicar B. Newton!

Identifica q falta el término $K=25$

Identifica $2^{K+1} = 2^K \cdot 2$

⑥ $a_0 = 1,\ a_1 = 10,\ a_n = 14a_{n-1} - 44a_{n-2},\ n \geq 2$

$a_n - 14a_{n-1} + 44a_{n-2} = 0$

Conjetura $\Rightarrow$ $a_n = c\alpha^n$

$c\alpha^n - 14c\alpha^{n-1} + 49c\alpha^{n-2} = 0$

$\cancel{c}\alpha^{n-2}(\alpha^2 - 14\alpha + 49) = 0$

solució $\Rightarrow$ $\dfrac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4\cdot 1\cdot 49}}{2\cdot 1} \rightarrow 7$ (múltiple

solució forma $\Rightarrow$ $r_1^n + nr^2 + n^2r^n \ldots$

$a_n = c_1 7^n + c_2 n 7^n$

apliquem condicions inicials

$a_0 = 1, \quad 1 = 7^0 + 0\cdot 7^0 \rightarrow 1 = c_1 \cdot 7^0 \Rightarrow \boxed{c_1 = 1}$

$a_1 = 10, \quad 10 = c_1 7^1 + c_2 \cdot 1 \cdot 7^1 \rightarrow 10 = c_1 \cdot 7 + c_2 \cdot 7$

$10 = (1)\cdot 7 + 7c_2 \Rightarrow 3 = 7c_2 \rightarrow \boxed{c_2 = \frac{3}{7}}$

solució final

$a_n = c_1 r^n + c_2 n r^2$

$\Rightarrow 7^n + \frac{3}{7} n 7^n = \cancel{7^n + \frac{3}{7} 7^{n+1}}$

$\boxed{\cancel{a_n = 7^n + \frac{3}{7} \cdot 7^n \cdot n}}$

$\boxed{a_n = 7^n + \frac{3n}{7} \cdot 7^n}$, $n \geq 0$

1/1

P.

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. 2/1 | Qualificació
Nombre total de fulls

1r. Cognom	2n. Cognom	Nom	DNI
BRIOL		OMAR	85177321

Especialitat: | Curs: | Grup:

Assignatura: MATD | Data: 07 / 06 / 21

8) $a_0 = 1,\ a_1 = 3,\ a_n = -2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 2^n,\ n \geq 2$

$a_n + 2a_{n-1} - 3a_{n-2} = 2^n$

HOMOGENEA ASOCIADA

$a_n + 2a_{n-1} - 3a_{n-2} = 0 \qquad c\alpha^n = a_n$

$c\alpha^n + 2c\alpha^{n-1} - 3c\alpha^{n-2} = 0$

$c\alpha^{n-2}(\alpha^2 + 2\alpha - 3) = 0$

$\dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1} = \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = -3 \end{cases}$

$a_n^{(H)} = C_1 1^n + C_2(-3)^n$

$a_n^{(H)} = C_1 + C_2(-3)^n$

NO HOMOGENEA PARTICULAR

$f(n) = 2^n \qquad a_n = A2^n$

$\cancel{A\cdot 2^n + 2\cdot A^n}$

$A\cdot 2^n + A\cdot 2^{n-1}\cdot 2 - 3\cdot A\cdot 2^{n-2} = 2^n \qquad a_n = \frac{4}{5}\cdot 2^n$

$\cancel{2^n}(A + 2^{-1}\cdot 2\cdot A - 3\cdot 2^{-2}\cdot A) = \cancel{2^n}$

$(A + A - \frac{3}{4}A) = 1$

$\frac{5}{4}A = 1$

$A = \frac{4}{5}$

$a_n = C_1 + C_2(-3)^n + \frac{4}{5}\cdot 2^n$

CONDICIONS INICALS

$a_0 = 1 \qquad 1 = C_1 + C_2 + \frac{4}{5}$

$a_1 = 3 \qquad 3 = C_1 - 3C_2 + \frac{4}{5}\cdot 2$

$\left\{\begin{array}{l} C_1 + C_2 = \frac{1}{5} \\ C_1 - 3C_2 = \frac{7}{5} \end{array}\right.$

Q_1 | $c_1 + c_2 = \frac{1}{5}$
Q_2 | $c_1 - 3c_2 = \frac{7}{5}$ } restam $Q_1 - Q_2$ $c_2 + 3c_2 = -\frac{6}{5}$ ✓

$4c_2 = -\frac{6}{5} \rightarrow c_2 = \frac{-3}{10}$

$c_1 + \left(\frac{-3}{10}\right) = \frac{1}{5}$, $c_1 = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$ ✓

2/2

$$\boxed{a_n = \frac{1}{2} + \left(\frac{-3}{10}\right)(-3)^n + \frac{4}{5} \cdot 2^n, \ \forall n \geq 0}$$

⑦ $a_0 = -1$, $a_n = -2\, a_{n-1}$, $n \geq 1$

0	-1
1	$-2(-1) = 2$
2	$-2 \cdot (2) = -4$
3	$-2 \cdot (-4) = 8$
4	$-2 \cdot 8 = -16$

} Taula de potencia de 2.
per n parells, valor negatiu
per n senars, valor posit.

✓

$a_n = (-1)^{n+1} \cdot 2^n \rightarrow a_n = (-1)^{n+1} \cdot 2^n \quad \forall n \geq 0$

$P(0)$? $a_0 = (-1)^1 \cdot 2^0 = (-1) \cdot 1 = -1$ ✓

$P(k) = a_k = (-1)^{k+1} \cdot 2^k$

Hipótesis de inducción?

$P(k+1) = a_{k+1} = (-1)^{(k+1)+1} \cdot 2^{k+1}$

$= (-1)^{(k+1)+1} \cdot 2^k \cdot 2$

$= (-1)^1 (-1)^{k+1} \cdot 2^k \cdot 2$

$= -2 \cdot 2^k (-1)^{k+1}$

0'8/1

$k =$ parell $\rightarrow -2 \cdot 2^k$
$k =$ imparell $\rightarrow 2 \cdot 2^k$ } compleix

No aplicas la relación de recurrencia!

Falta la conclusión!

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

P.

Full núm. 3/4 | Qualificació

Nombre total de fulls

1r. Cognom	2n. Cognom	Nom	DNI
BRIQA		Omar	X5177327K

Especialitat: | Curs: | Grup:

Assignatura: MATD | Data: 07 / 01 / 21

3

1	0
1 1	1
1 2 1	2
1 3 3 1	3
1 4 6 4 1	4
1 5 10 10 5 1	5
1 6 15 20 15 6 1	6

$$\binom{n+1}{1-1} = 15$$

$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m+1}$$

0'9/1

Triangle tartaglia, $15 = 5 + 10$

$5 = C(5,1)$, $10 = C(5,2)$

$n-1 = 5$, $\boxed{n=6}$ $C(6,4) = 15$

Mal $\rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} n-1=4 \\ n+1=6 \end{array}\right\}$

$$\frac{6!}{(6-4)!\,4!} = 15$$

④ pares tres dígitos, 1 al 6 sin repetición, mayor que 300

num (300 al 688)

6 6 6
⋮ ⋮ 4
3 0 ___

ej: 346, 652

dos casos → acaben en 6 / acaben en 4

6 6 6
⋮ ⋮ 4
3 0 2

acaben en 6
acaben en 4
acaben en 2

0'8/1

1
~~2~~

6 ~~6~~
5 5
4 4
3 3
4 ~~3~~ 2

4

~~x{6,4,2}~~ x{2}

$6 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot |\{2,1,0\}| \cdot |\{6,4,2\}| \cdot 1$

$4 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 1$ → 4 son los q quedan

Faltan casos!

↑ Hay 6 posibles

Por ej si el 2 se elige en las unidades y el 6 en las centenas quedan 4 posibles

P.

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. 4/4 Qualificació
Nombre total de fulls

1r. Cognom: BRIQT 2n. Cognom: Nom: OMAR DNI: X5177321K

Especialitat: Curs: Grup:

Assignatura: MATD Data: 07 / 06 / 21

(1) 8 assignatures, s'han de matricular a 5

□ □ □ □ □, □ □ □

0'7/1

Maneres de matricular $C(8,5) = \frac{8!}{(8-5)!\,5!} = 56$

S'hauria de matricular (56+1) 57 persones ja que hi ha 56 formes diferents de matricular-se, si en ve un més, SEGUR que tindrà una forma amb la que s'hauria matriculat algú anteriorment

Ara volem el nombre de combinacions de les quals hi pot haver la assignatura i després restem el nombre de combinacions de dues assignatures.

?

Ho hem de fer per assegurar que no trien la mateixa.

$\binom{8}{5} - \binom{8}{2} =$

$\frac{8!}{(8-5)!\,5!} - \frac{8!}{(8-2)!\,2!} = 56 - 28 = 28$

No és correcta la segona part!

(5) BB AAA 22 555 , dues B's no junts

B B _ _ _ _ _ _ _ _ Pero faltan a permutar las otras!

→ Forma de posar dues B junts ⇒ $\binom{10}{2} = \frac{10!}{(10-2)!\,2!} = \cancel{36}$ 45

→ Ara permutem tots els contrarejos. (correcte)

B	B
B	B
A	A
A	A
A	A
2	2
2	2
5	5
5	5
5	~~5~~ ... 5

Tris uno, descartes per lo següent

$\cancel{10!} = 3628800$ Aquí incluyes las B's!

$\frac{(2+3+2+3)!}{2!\,3!\,2!\,3!} = 25200$

2 → B, 3 → A, 2 → 2, 3 → 5

Restem Permutacions totals amb nombre de maneres que es pot aluco dues B junts ?

~~$10! - \binom{10}{2} = 3628$~~

$25200 - \binom{10}{2} = 25155$

No correcto

0'6/1