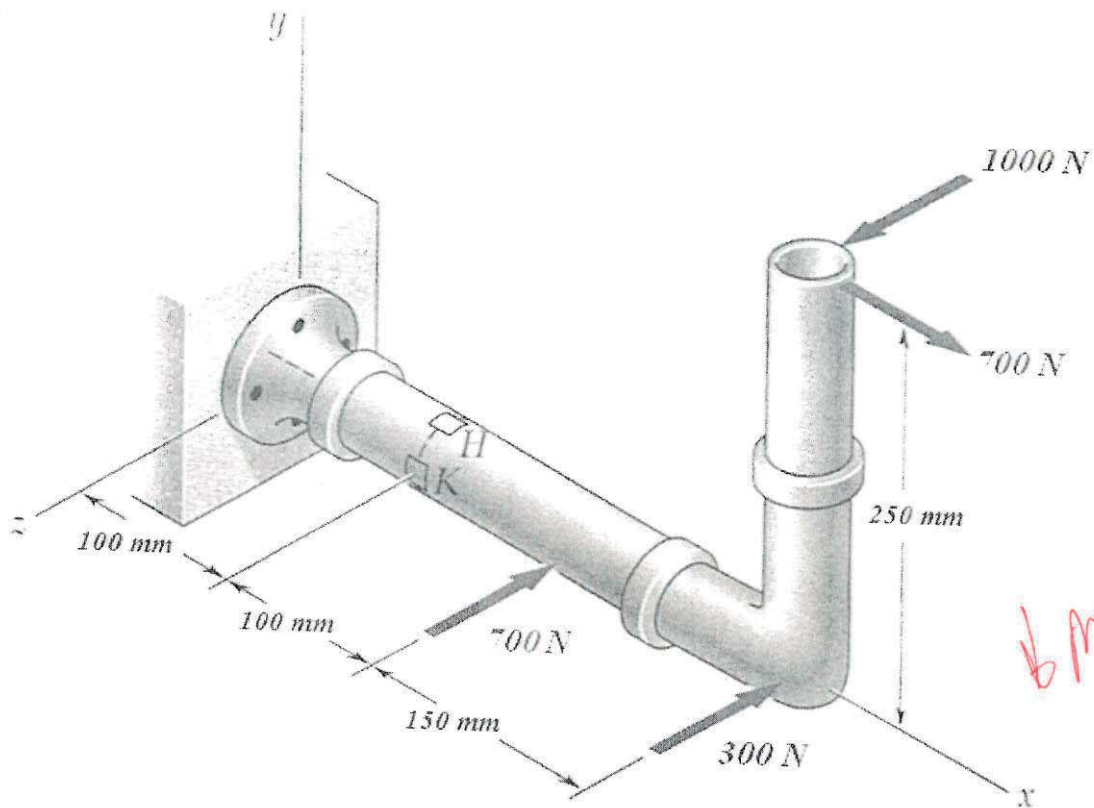


RMAII EXERCICI A LLIURAR NO HI HA CAP SUSPES

RESISTÈNCIA DE MATERIALS II

Exercici

Q-2 2013-14



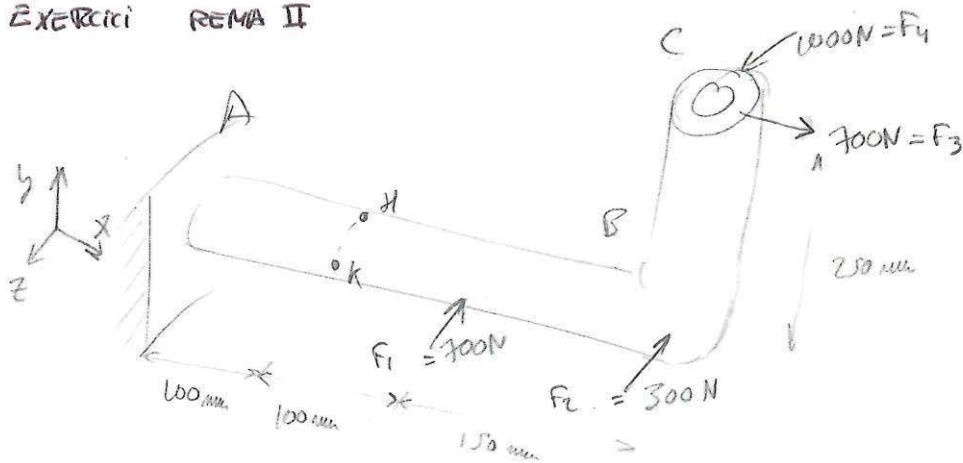
b presentació

Sobre l'acoblament de tubs que es mostra a la figura actuen vàries forces. Si cada secció de tub té **diàmetre exterior de 50 mm i interior de 42 mm**, determineu:

- 1.- Les tensions normals i tallants en el punt **H**.
- 2.- Les tensions normals i tallants en el punt **K**.
- 3.- La tensió normal màxima de la secció i dibuix de l'eix neutre (aproximat).
- 4.- Les tensions principals (normals i tallants) del punt més sol·licitat de la secció i dibuix del cercle de Mohr.

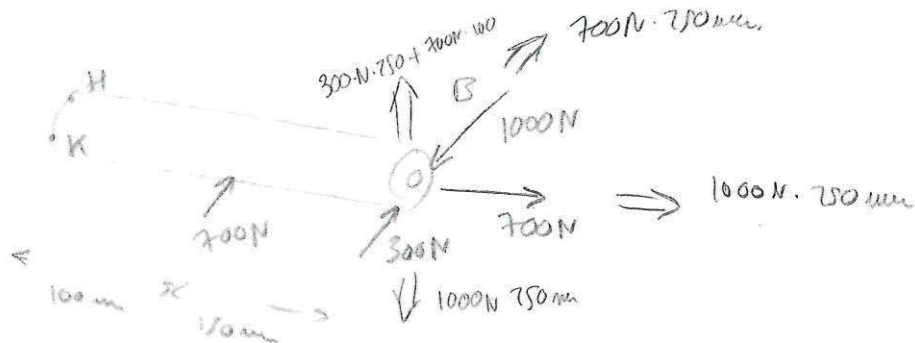
L'exercici s'haurà de lliurar manuscrit a la bústia del despatx amb data límit el 13 de Juny. No s'admetran treballs fora d'aquesta data. Es considerarà la bona presentació de l'exercici.

EXERCICI REMA II



$$D_e = 50 \text{ mm}$$

$$D_i = 42 \text{ mm}$$



$$F_1 (\text{tall}) = \tau_v = 2 \frac{V}{A} = 2 \cdot \frac{700 \text{ N}}{\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}} = 2 \cdot \frac{700}{\frac{\pi (50^2 - 42^2)}{4}} = 2,422 \text{ MPa}$$

$$F_1 (\text{flexió}) = \sigma_y = \frac{M}{I_y} y = \frac{700 \cdot 100}{\frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}} \cdot \frac{D_e}{2} = 11,36 \text{ MPa}$$

$$F_2 (\text{tall}) = \tau_v = 2 \frac{V}{A} = 2 \cdot \frac{300}{\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}} = 1,038 \text{ MPa}$$

$$F_2 (\text{flexió}) = \sigma_y = \frac{M}{I_y} y = \frac{300 \cdot 250}{\frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}} \cdot \frac{D_e}{2} = 12,17 \text{ MPa}$$

$$F_3 (\text{tall}) = \sigma = \frac{F}{A} = \frac{700}{\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}} = 1,211 \text{ MPa}$$

$$F_3 (\text{flexió}) = \sigma_z = \frac{M}{I_z} y = \frac{700 \cdot 250}{\frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}} \cdot \frac{D_e}{2} = 28,4 \text{ MPa}$$

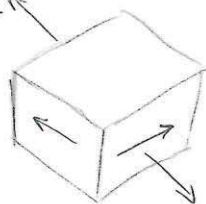
$$F_4 (\text{tall}) = \tau_v = 2 \frac{V}{A} = 2 \cdot \frac{1000}{\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}} = 3,46 \text{ MPa}$$

$$F_4 (\text{flexió}) = \sigma_y = \frac{M}{I_y} y = \frac{1000 \cdot 250}{\frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}} \cdot \frac{D_e}{2} = 40,52 \text{ MPa}$$

$$F_4 (\text{tall}) = \tau = \frac{M}{I_z} y = \frac{1000 \cdot 250}{\frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}} \cdot \frac{D_e}{2} = 20,285 \text{ MPa}$$

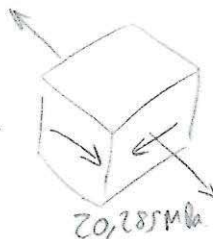
1. Tension normal i' belastet an el punt H
2. Tension normal i' belastet an el punt K

Punt H



$$2,422 + 1,038 - 3,46 - 20,285 = -20,285 \text{ MPa}$$

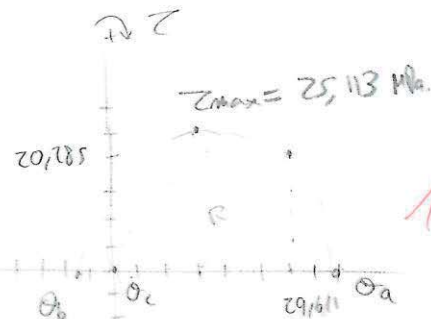
$$1,211 + 20,4 = 29,611 \text{ MPa}$$



$$\sigma_a = \frac{29,611}{2} + 25,113 = 39,92 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{29,611}{2} - 25,113 = -10,31 \text{ MPa}$$

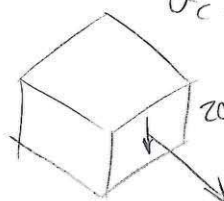
$$\sigma_c = 0 \text{ MPa}$$



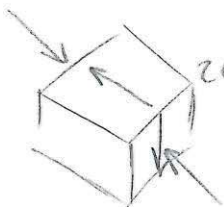
$$R = \sqrt{20,285^2 + \left(\frac{29,611}{2}\right)^2} = 25,113$$

15

Punt K

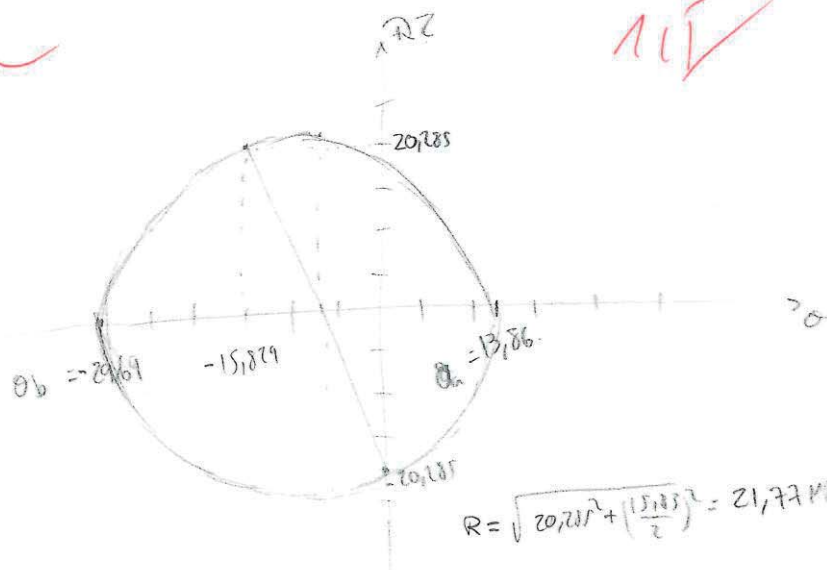


$$11,36 + 12,17 + 1,211 - 40,57 = -15,829 \text{ MPa}$$



$$20,285 \text{ MPa}$$

$$15,829 \text{ MPa}$$



$$R = \sqrt{20,285^2 + \left(\frac{15,829}{2}\right)^2} = 21,77 \text{ MPa}$$

11

$$\sigma_a = 13,86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = -29,69 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 0 \text{ MPa}$$

EXERCISE REMA II

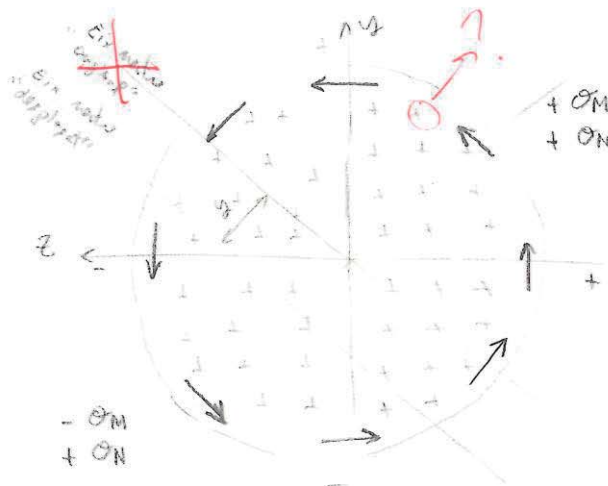
3. Tenseur normal maximum de la poutre à distance de l'axe neutre.

Moments $x \rightarrow z = 20,285 \text{ Mpa}$ (tension)

Moment $\gamma \rightarrow M_y = (700 \text{ N} \cdot 200 \text{ mm}) + (300 \text{ N} \cdot 350 \text{ mm}) - (1000 \text{ N} \cdot 350 \text{ mm}) = -105000 \text{ Nmm}$

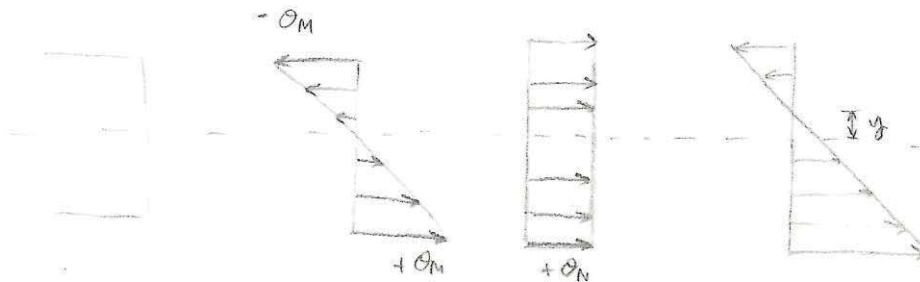
Momentos $z \rightarrow M_z = -(700 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}) = -175000 \text{ Nmm}$

$$\sigma_M = \frac{M}{I} \cdot r = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\sqrt{(105000)^2 + (175000)^2}}{\frac{\pi}{64} (50^4 - 42^4)} \cdot \frac{50}{2} = 33,12 \text{ MPa}$$

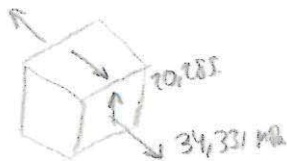


$$\sigma_{maxima} = \sigma_M + \sigma_N = 33,12 + 1,211 = 34,331 \text{ MPa}$$

2 = 20,285 M.D.



4. La función principal (normal i sellador) del pint mas solicitado de la
resin i dibujo del circulo de Mohr

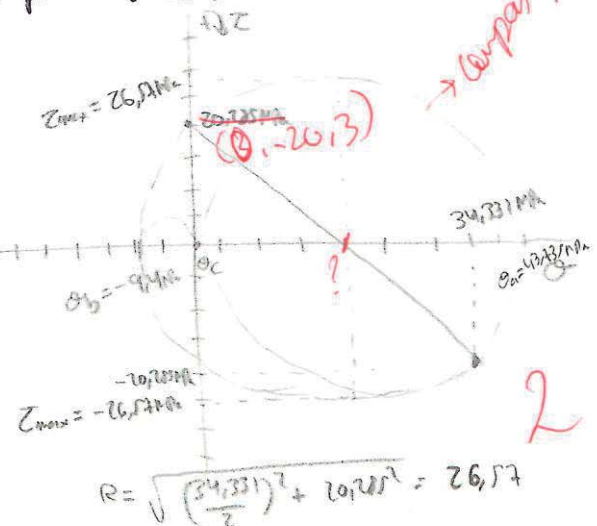


$$\sigma_a = \frac{34,331}{2} + 26,57 = 43,735 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{34,331}{2} - 26,57 = -9,4 \text{ MPa}$$

$$\theta_L = 0 \text{ m/s}$$

$$\tau_{max} = \pm 26.57 \text{ MPa}$$

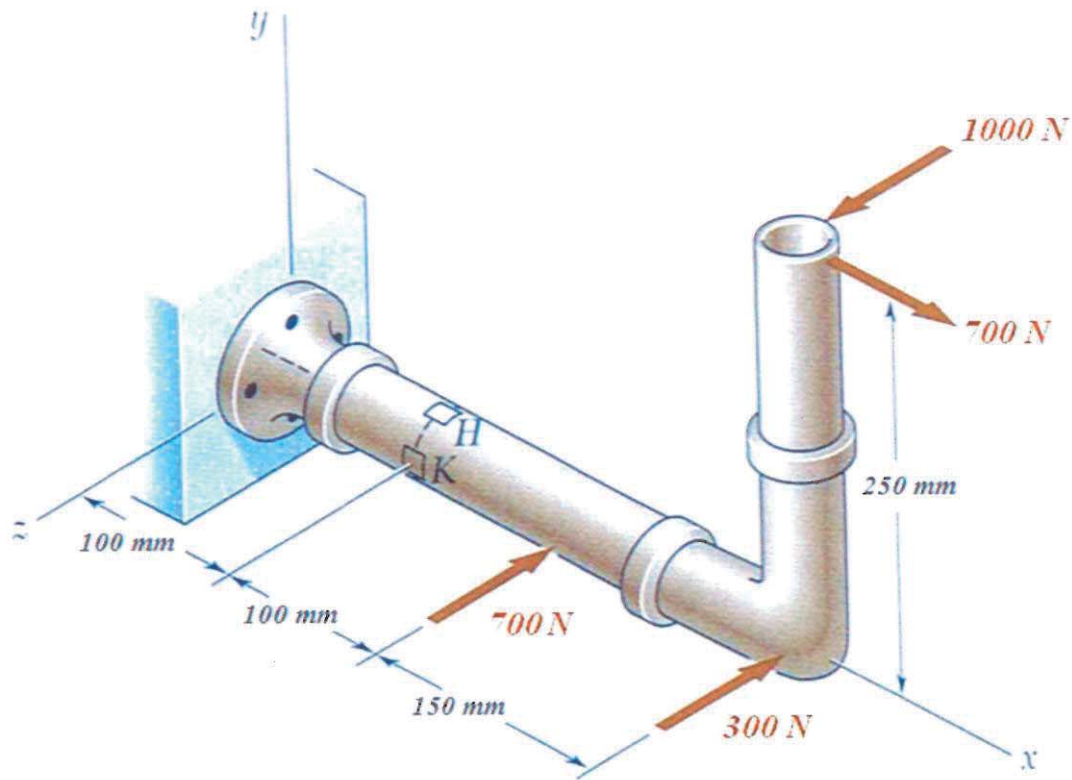


RESISTÈNCIA DE MATERIALS II

Exercici

Q-2 2013-14

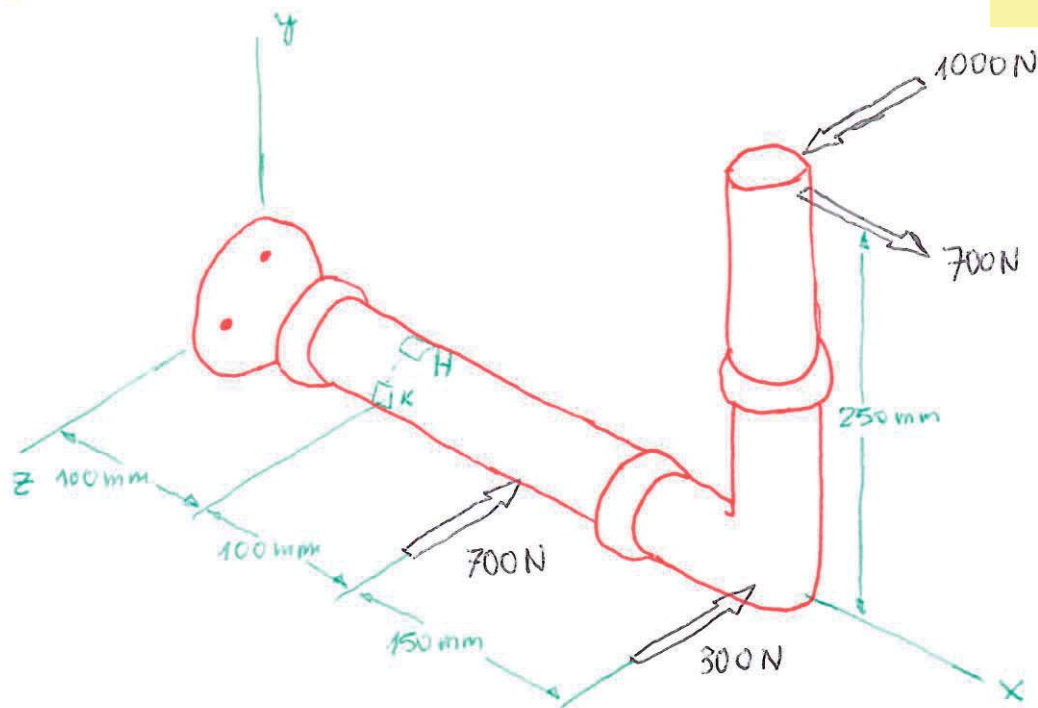
6145 ✓



Sobre l'acoblament de tubs que es mostra a la figura actuen vàries forces. Si cada secció de tub té **diàmetre exterior de 50 mm i interior de 42 mm**, determineu:

- 1.- Les tensions normals i tallants en el punt *H*.
- 2.- Les tensions normals i tallants en el punt *K*.
- 3.- La tensió normal màxima de la secció i dibuix de l'eix neutre (aproximat).
- 4.- Les tensions principals (normals i tallants) del punt més sol·licitat de la secció i dibuix del cercle de Mohr.

L'exercici s'haurà de lliurar manuscrit a la bústia del despatx amb data límit el 13 de Juny. No s'admetran treballs fora d'aquesta data. Es considerarà la bona presentació de l'exercici.



Sobre l'acoblament de tubs que es mostra a la figura actuen varies forces. Si cada secció del tub té diàmetre exterior de 50 mm i interior de 42 mm, determineu:

1. les tensions normals i tallants en el punt H.
2. les tensions normals i tallants en el punt K.
3. la tensió normal màxima de la secció i dibuix de l'eix neutre (aproximat).
4. les tensions principals (normals i tallants) del punt més sol·licitat de la secció i dibuix del cercle de Mohr.

$$F_x = 700 \text{ N} \rightarrow \text{Tracció}$$

$$F_y = 0 \text{ N}$$

$$F_z = 1000 - 700 - 300 = 0 \text{ N}$$

$$M_x = 1000 \cdot 250 - 700 \cdot 0 - 300 \cdot 0 = 250 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \rightarrow \text{Moment Torsió } (+) \text{ antihorari}$$

$$M_y = 1000 \cdot 250 - 700 \cdot 100 - 300 \cdot 250 = 105 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \rightarrow \text{Moment Flexió antihorari}$$

$$M_z = 700 \cdot 250 = 175 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} \rightarrow \text{Moment Flexió horari}$$

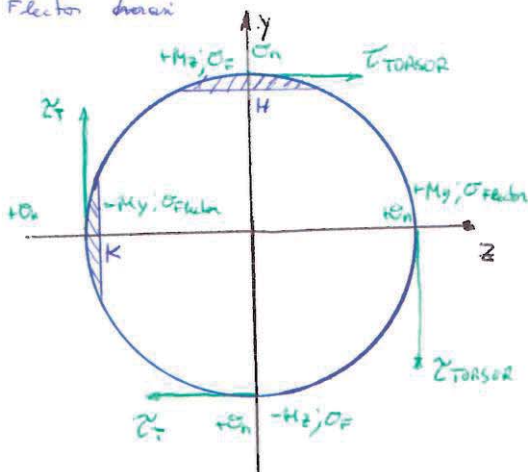
$$R_e = \frac{D_e}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ mm}$$

$$R_i = \frac{D_i}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ mm}$$

$$I_f = \pi \cdot \frac{(D_e^4 - D_i^4)}{64}$$

$$J_o = \pi \cdot \frac{(D_e^4 - D_i^4)}{32}$$

$$A = \pi \cdot \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{4}$$



1. les tensions normals i tallents en el punt H.

$$\sigma_H = \frac{F_x}{A} + \frac{M_z \cdot R_e}{I} = \frac{700}{\pi \cdot \frac{(50^2 - 42^2)}{4}} + \frac{175 \cdot 10^3 \cdot 25}{\pi \cdot \frac{(50^4 - 42^4)}{64}} = 1'211 + 28'399 = 29'611 \text{ MPa}$$

$$\tau_H = \frac{F_y}{A} + \frac{M_x \cdot R_e}{J_0} = 0 + \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 25}{\pi \cdot \frac{(50^4 - 42^4)}{32}} = 20'285 \text{ MPa}$$

2. les tensions normals i tallents en el punt K.

$$\sigma_K = \frac{F_x}{A} + \frac{M_y \cdot R_e}{I} = \frac{700}{\pi \cdot \frac{(50^2 - 42^2)}{4}} + \frac{105 \cdot 10^3 \cdot 25}{\pi \cdot \frac{(50^4 - 42^4)}{64}} = 1'211 + 17'039 = 18'251 \text{ MPa}$$

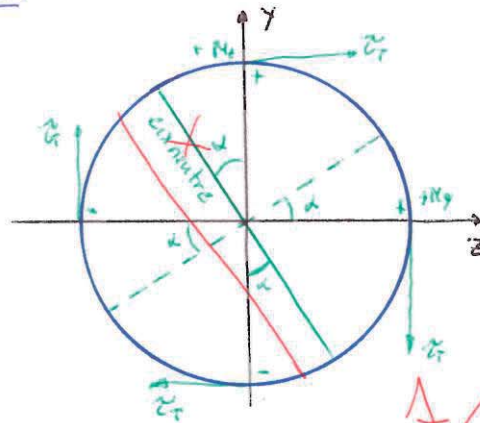
$$\tau_K = \frac{F_y}{A} + \frac{M_x \cdot R_e}{J_0} = 0 + \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 25}{\pi \cdot \frac{(50^4 - 42^4)}{32}} = 20'285 \text{ MPa}$$

3. la tensió normal màxima de la secció i dibuix de l'eix neutre (aproximat)

$$\sigma_{\text{màxima}} = \frac{F_x}{A} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2} \cdot R_e}{I} = \frac{700}{\pi \cdot \frac{(50^2 - 42^2)}{4}} + \frac{\sqrt{(105 \cdot 10^3)^2 + (175 \cdot 10^3)^2} \cdot 25}{\pi \cdot \frac{(50^4 - 42^4)}{64}} = 1'211 + 33'119 = 34'330 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{màxima}} = \tau_H = \tau_K = 20'285$$

$$\tan \alpha = \frac{M_y}{M_z}; \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{105 \cdot 10^3}{175 \cdot 10^3} \right) = 30'96^\circ$$



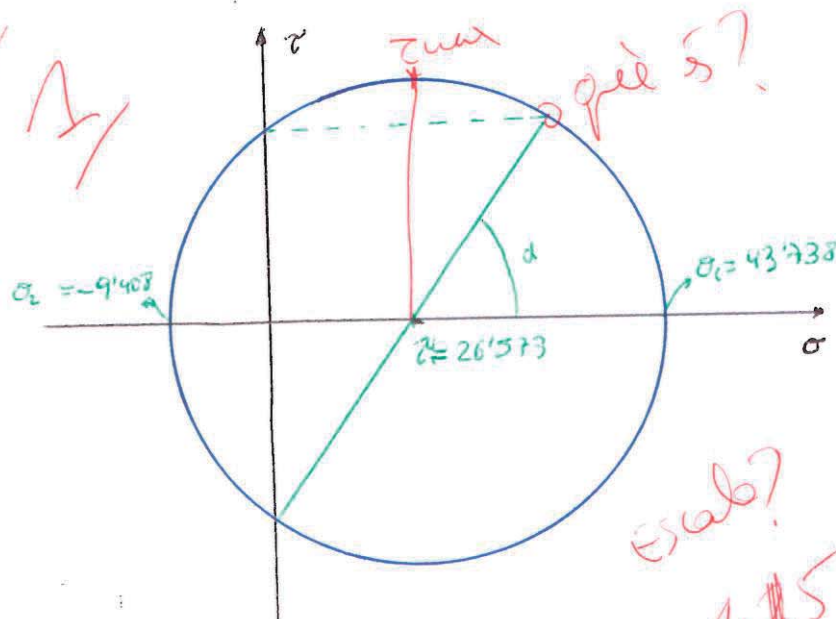
4. les tensions principals (normals i tallents) del punt més sol·licitat de la secció i dibuix del cercle de Mohr

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{\text{max}}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{max}}}{2}\right)^2 + \tau_{\text{max}}^2} = \frac{34'330}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{34'330}{2}\right)^2 + 20'285^2} = 17'165 \pm 26'573$$

$$\sigma_1 = 43'738 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = -9'408 \text{ MPa}$$

$$\tau = 26'573 \text{ MPa}$$

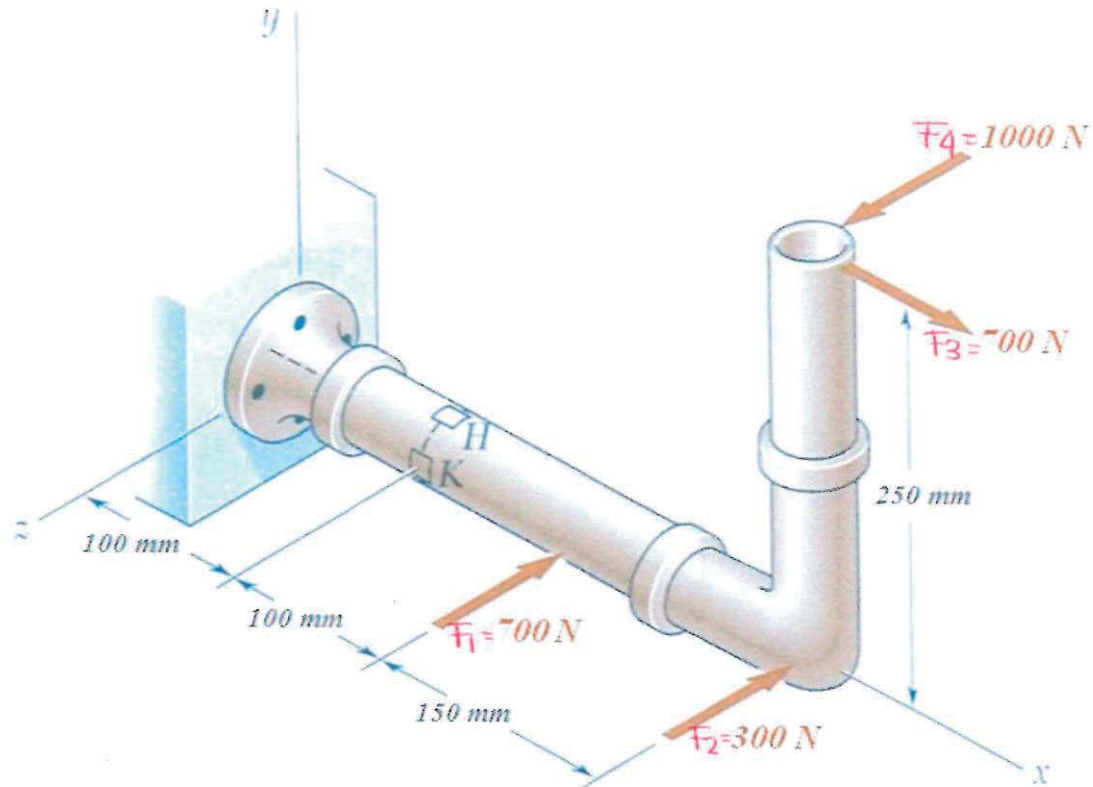


RESISTÈNCIA DE MATERIALS II

80

Exercici

Q-2 2013-14



Sobre l'acoblament de tubs que es mostra a la figura actuen vàries forces. Si cada secció de tub té diàmetre exterior de 50 mm i interior de 42 mm, determineu:

- 1.- Les tensions normals i tallants en el punt *H*.
- 2.- Les tensions normals i tallants en el punt *K*.
- 3.- La tensió normal màxima de la secció i dibuix de l'eix neutre (aproximat).
- 4.- Les tensions principals (normals i tallants) del punt més sol licitat de la secció i dibuix del cercle de Mohr.

L'exercici s'haurà de lliurar manuscrit a la b stia del despatx amb data límit el 13 de Juny. No s'admetran treballs fora d'aquesta data. Es considerarà la bona presentació de l'exercici.

Dades:

$$F_1 = 700 \text{ N}$$

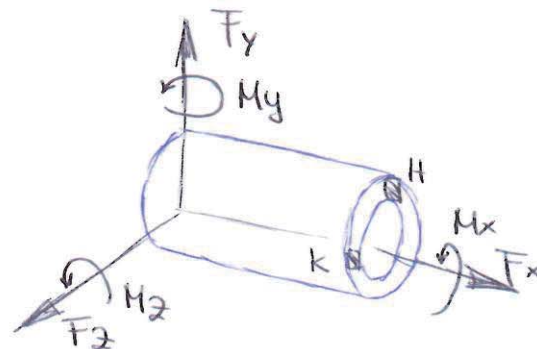
$$F_2 = 300 \text{ N}$$

$$F_3 = 700 \text{ N}$$

$$F_4 = 1000 \text{ N}$$

$$D = 50 \text{ mm}$$

$$d = 42 \text{ mm}$$



1r. Fem $\sum F = 0$ en x, y, z :

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_x + F_3 = 0 \rightarrow F_x = -700 \text{ N} \rightarrow \text{Força normal } (\sigma_N)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_y = 0 \text{ N} \rightarrow \text{Tracció}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_2 + F_4 = F_1 + F_2 \rightarrow F = 700 + 300 - 1000 = 0 \text{ N}$$

2n. Fem $\sum M = 0$ en x, y, z : (PUNT H i K)

$$\sum M_x = 0 \rightarrow M_x = F_4 \cdot 250 = 1000 \cdot 250 = 250.000 \text{ Nmm} \rightarrow \text{Torsió } (\tau_T)$$

$$\sum M_y = 0 \rightarrow M_y + F_1 \cdot 100 + F_2 \cdot 250 - F_4 \cdot 250 = 0 \rightarrow M_y = 105.000 \text{ Nmm}$$

$$\sum M_z = 0 \rightarrow M_z - F_3 \cdot 250 = 0 \rightarrow M_z = 175.000 \text{ Nmm} \rightarrow \text{Flexió } (\sigma_{My})$$

$$\rightarrow \text{Flexió } (\sigma_{Mz})$$

A partir de la F_x , treurem σ_N :

$$\sigma_N = \frac{F_x}{A} = \frac{700}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{700}{\frac{\pi}{4}(50^2 - 42^2)} \approx 1,211 \text{ MPa} \text{ tracció}$$

$F_x \rightarrow$ tracció (σ_N)

Com que no tenim F_y ni F_z no hi hauran forces tallants (τ_v)

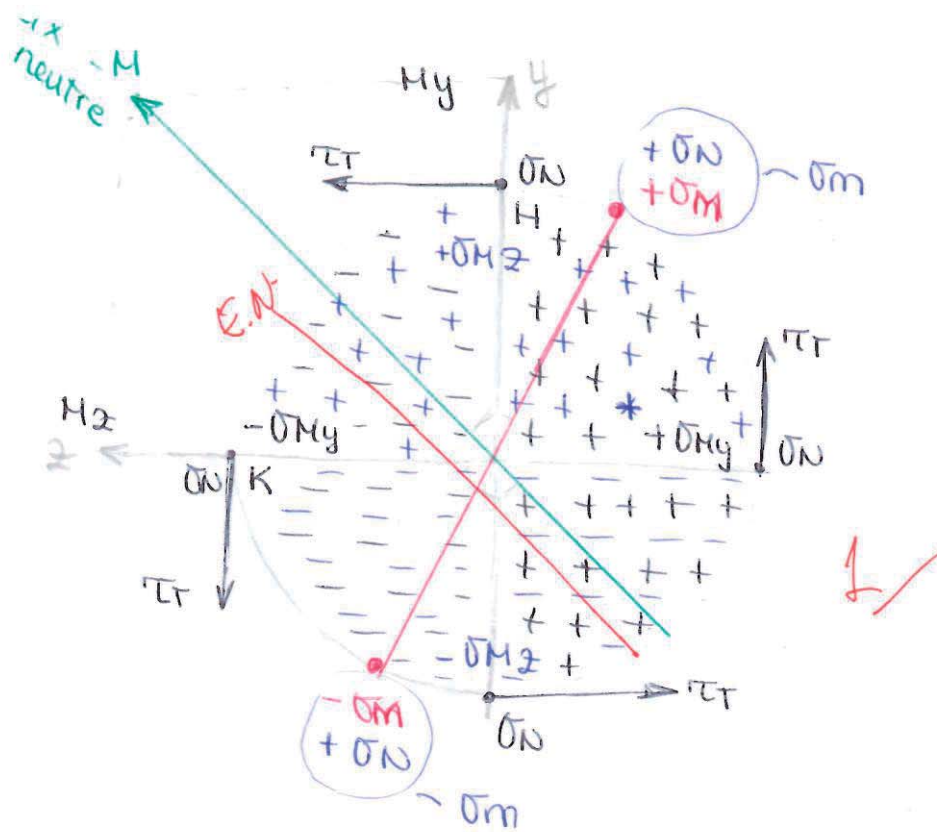
A partir dels moments M_y i M_z , treurem σ_{My} i σ_{Mz} :

$$\sigma_{My} = \frac{M_y}{I} \cdot r = \frac{105.000}{\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}} \cdot 25 = \frac{105.000 \cdot 25}{\frac{\pi}{64}(50^4 - 42^4)} \approx 17,0397 \approx 17,04 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Mz} = \frac{M_z}{I} \cdot r = \frac{175.000}{\frac{\pi}{64}(50^4 - 42^4)} \cdot 25 = 28,399 \text{ MPa} \approx 28,40 \text{ MPa}$$

A partir del moment M_x , treurem τ_T :

$$\tau_T = \frac{T}{J_0} \cdot r = \frac{M_x}{J_0} \cdot r = \frac{250.000}{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)} \cdot 25 = \frac{250.000}{\frac{\pi}{32}(50^4 - 42^4)} \cdot 25 = 20,285 \text{ MPa}$$



2) Tensions normals i tallants en K:

$$\tau_K = 20,285 \text{ MPa}$$

$$\sigma_K = \sigma_N - \sigma_{My} = 1,211 - 17,04 = -15,829 \text{ MPa}$$

1.1 ✓

1) Tensions normals i tallants en H:

$$\tau_H = 20,285 \text{ MPa}$$

$$\sigma_H = \sigma_N + \sigma_{Mz} = 1,211 + 28,40 = 29,611 \text{ MPa}$$

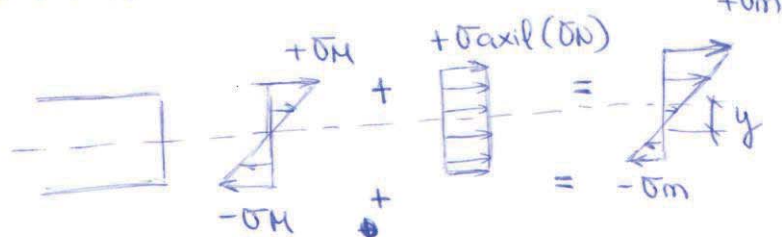
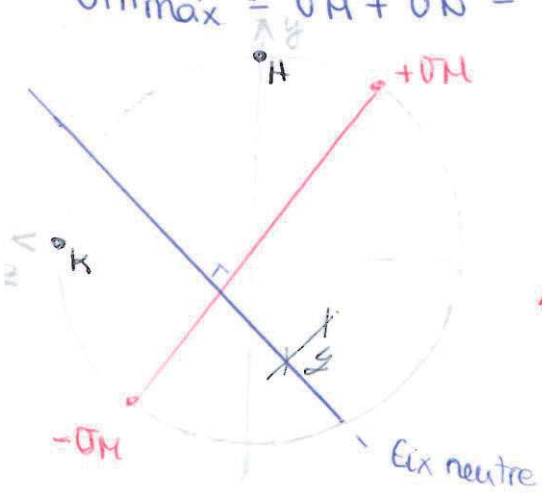
1.1 ✓

3) Tensió màxima de la secció

$$\sigma_H = \frac{M}{I} \cdot r = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)} \cdot r = \frac{\sqrt{105000^2 + 175000^2}}{\frac{\pi}{64} (50^4 - 42^4)} \cdot 25 = 33,119 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m\max} = \sigma_H + \sigma_N = 33,119 + 1,211 = 34,33 \text{ MPa}$$

1.1 ✓



4.) Tensions principals (normals i tallants) del punt més sol·licitat de la secció.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_m = 34,33 \text{ MPa} \\ \tau_T = 20,285 \text{ MPa} \end{array} \right\} \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_m}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2 + \tau_T^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{34,33}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{34,33}{2}\right)^2 + 20,285^2}$$

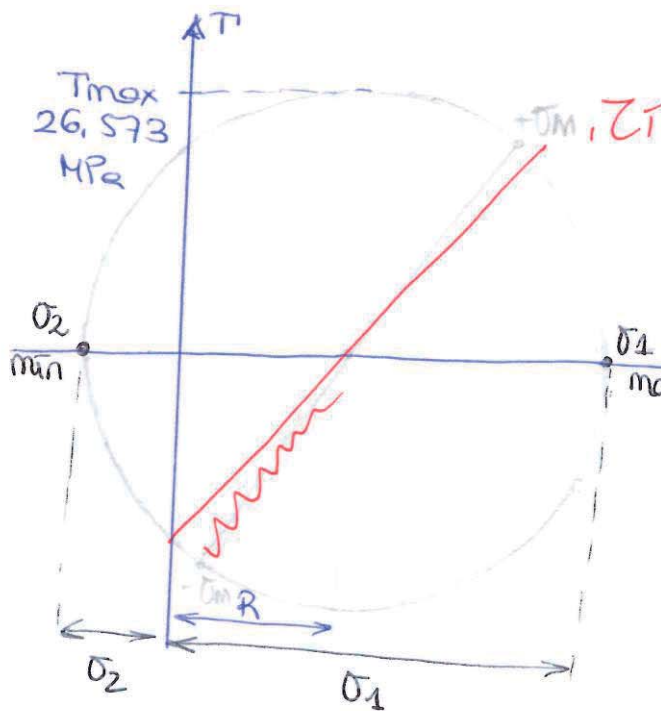
$$\sigma_{1,2} = 17,165 \pm 26,573 \rightarrow \sigma_1 = 43,738 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$\rightarrow \sigma_2 = -9,408 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2 + \tau_T^2} = \pm 26,573 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$\tau_{\max \text{ secció}} = \tau_T + \tau_{\text{v}_0} = 20,285 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

~~10~~



Circle de Mohr.

values?

values? scale?

~~10~~

